

线性代数与空间解析几何测试题 (I)

班级 _____

学号 _____

姓名 _____

1. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, B 满足 $ABA^* = 3BA^* + 2I$, 求 B .

2. 设 $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, P 可逆且满足 $AP = PB$, 求 $B^{2016} - 3A^2$.

3. 设 $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$ 满足 $a_{ij} = A_{ij}$, 若 $a_{11} = a_{12} = a_{13} \neq 0$, 求 a_{11} .

4. 求线性方程组 $\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = \lambda^2 \end{cases}$ 的系数矩阵和增广矩阵的秩 $R(A), R(\bar{A})$.

4. 设 A 为 3 阶方阵, A^* 为 A 的伴随阵, 证明:

(1) 当 $R(A) = 3$ 时, $R(A^*) = 3$;

(2) 当 $R(A) = 2$ 时, $R(A^*) = 1$;

(3) 当 $R(A) = 1$ 时, $R(A^*) = 0$.