

西安交通大学考试题

成绩

课程 高等数学(上)

学院 _____ 考试日期 2017 年 11 月 5 日

专业班号 _____

姓名 _____ 学号 _____ 期中 期末

一. 填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2xe^{-x})^{\frac{1}{x}} =$ _____

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1 + 2^n + 3^n} =$ _____

3. 设 $y = (x + e^{\frac{x}{2}})^{\frac{2}{3}}$ 则 $y'(0) =$ _____

4. 设 $f(x) = \begin{cases} e^{ax} & x \leq 0 \\ b(1-x^2) & x > 0 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 则

$a =$ _____, $b =$ _____

5. 已知 $(1, 2)$ 是曲线 $y = ax^3 + bx^2$ 的拐点, 则

$a =$ _____, $b =$ _____

二. 单选题 (每小题 3 分, 共 12 分)

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\ln(1 + 2\sin x)$ 与下列哪个表达式是等价无穷小. ()

- A. $1 + 2\sin x$ B. x C. $2x^2$ D. $2x$

2. 设 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{|x|} \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在点 $x = 0$ 处 ()

- A. 极限不存在. B. 极限存在但不连续.
C. 连续. D. 以上结论都不成立.

3. 已知 $f(x)$ 在 $x = 0$ 的某邻域内连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1 - \cos x} = 2$,

则在点 $x = 0$ 处 $f(x)$ ()

- A. 不可导 B. 可导且 $f'(0) \neq 0$
C. 取得极大值 D. 取得极小值

4. 曲线 $y = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$ 的拐点是 ()

- A. (1,0) B. (2,0) C. (3,0) D. (4,0)

三. 计算下列各题 (每小题 9 分, 共 54 分)

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x \sin x} - \sqrt{\cos x}}{x \tan x}$.

2. 设 $y = \arctan \sqrt{x^2 - 1} - \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}}$, 求 y' .

3. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x(x+1)}{1 - \cos x}$.

西安交通大学考试题

4. 设 $y^x = e^{x+y}$, 求 dy .

5. 设 $\begin{cases} x = 1+t^2 \\ y = \cos t \end{cases}$, 求 $\left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{t=\frac{\pi}{2}}$.

6. 求曲线 $y = x^4(12 \ln x - 7)$ 的凹向区间及拐点.

$$D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq ax\} \quad (a > 0).$$

四. (10分) 讨论函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x(1+x)}{\cos(\frac{\pi}{2}x)}, & x \leq 0 \\ \sin \frac{\pi}{x^2-4}, & x > 0 \end{cases}$ 的连续性, 并确定其间断点类型

五. 证明题 (9分).

设奇函数 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上具有二阶导数, 且 $f(1) = 1$, 证明

- (1) 存在 $\xi \in (0, 1)$, 使得 $f'(\xi) = 1$.
- (2) 存在 $\eta \in (-1, 1)$, 使得 $f''(\eta) + f'(\eta) = 1$.