# 西安交通大学考试题

| 成绩 | |
|---|---|

课程高等数学(I　II)

学院

专业班号考试日期　2018 年 11 月 4 日

姓名学号

一、 单选题（每小题 3 分，共 18 分）

1. $x=2$ 是函数 $f(x)=\arctan\dfrac{1}{2-x}$ 的（）

   A.连续点　B.可去间断点　C. 跳跃间断点　D. 第二类间断点

2. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos x}{\sqrt{x}}, & x>0\\ x^2g(x), & x\le 0\end{cases}$，其中 $g(x)$ 有界，则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处（）

   A.极限不存在 B.极限存在，但不连续

   C. 连续，但不可导 D. 可导

3. 函数 $f(x)=(x^2-x-2)\left|x^2-x\right|$ 不可导点的个数是（）

   A.0　B. 1　C. 2　D. 3

4. 设 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{(x-a)^2}=-1$，则在 $x=a$ 处（）

   A. $f(x)$ 的导数存在，且 $f'(a)\neq 0$　B. $f(x)$ 取得极大值

   C. $f(x)$ 取得极小值　D. $f(x)$ 的导数不存在

5. 设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内可导，周期为 4，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(1)-f(1-x)}{2x}=-1$，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(5,f(5))$ 处切线的斜率为（）

   A.2　B. $-2$　C. 1　D. $-1$

6. 在区间 $(a,b)$ 内，$f'(x)>0$，$f''(x)<0$，则 $f(x)$ 的图像在 $(a,b)$ 内是

   A.单增且凸　B. 单减且凸　C. 单增且凹　D. 单减且凹

二、 计算题（每小题 7 分，共 49 分）

1. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[8]{2}\cdots\cdots\sqrt[2^n]{2}\right)$.

2. 设 $y=x\arctan$

3. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}($

4. 设函数 $y=y($

5. 设函数 $y=y($

2. 设 $y = x\arctan x - \ln\sqrt{1+x^2}$，求 $\mathrm{d}y$.

3. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\left(\cot x - \dfrac{1}{x}\right)$.

4. 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $\mathrm{e}^y + 6xy + x^2 - 1 = 0$ 确定，求 $y'(0)$.

5. 设函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = t^3 + 9t \\ y = t^2 - 2t \end{cases}$ 确定，求 $\dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}$.

6. 证明：当 $x>0$ 时，$e^x-1<xe^x$.

7. 求函数 $f(x)=x+2\cos x$ 的最大值，其中 $x\in\left[0,\pi/2\right]$.

、（本题 8 分）设函数 $f(x)=\begin{cases} e^{2x}+b, & x\le 0 \\ \sin ax, & x>0 \end{cases}$，问：$a,b$ 为何值时，$f(x)$ 在 $x=0$ 处可导？并求 $f'(x)$.

、（本题 12 分）设 $f(x)=\dfrac{x^2}{2(x+1)^2}$，求

① 函数 $f(x)$ 的单调区间和极值；

② 曲线 $y=f(x)$ 的凹凸区间、拐点及渐近线方程.

五、（本题 7

$f(1)=1, f$

六、（本题

存在两点

五、（本题 7 分）设函数 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上三阶可导，且 $f(-1)=0, f(0)=0$，$f(1)=1, f'(0)=0$，证明：存在 $\eta\in(-1,1)$，使得 $f^{(3)}(\eta)\geq 3$.

六、（本题 6 分）设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上可导，且 $f(0)=0, f(1)=1$，证明：在 $[0,1]$ 存在两点 $x_1,x_2$，使得 $\frac{1}{f'(x_1)}+\frac{1}{f'(x_2)}=2$.