概率统计与随机过程（智）期中试题

2024.5.6　命题人：周三平、左炜亮 考试范围：1~5 章

一、选择题：（**15** 分，每题 **3** 分）

1. 对同一目标进行 **3** 次独立重复射击，假定至少有一次命中目标的概率为$\frac{7}{8}$，则每次射击命中目标的概率 **p=**（）

A.$\frac{7}{24}$　　**B.**$\frac{17}{24}$　　**C.**$\frac{1}{4}$　　**D.**$\frac{1}{2}$

2.设随机事件 **A,B** 满足 **P(A)=P(B)=**$\frac{1}{2}$和 **P(A∪B)=1,**则有（）

A.$A\cup B=\Omega$　　**B.**$AB=\emptyset$　　**C.**$P(\overline{A}\cup\overline{B})=1$　　**D.**$P(A-B)=0$

3. 设随机变量 **X** 的概率密度函数满足 $\mathbf{f}(\mathbf{1}-\mathbf{x})=\mathbf{f}(\mathbf{1}+\mathbf{x})$，且 $\int_0^2 f(x)dx=0.6$，则 **P{X<0}=**（）

A.0.2　　**B.**0.3　　**C.**0.4　　**D.**0.5

4. 设 **X~N(1,**$\frac{1}{4}$**), Y~B(3,**$\frac{1}{3}$**)**, 且 **X** 和 **Y** 相互独立，则 **P(XY>X+Y-1)=**（）

A.$\frac{5}{18}$　　**B.**$\frac{7}{18}$　　**C.**$\frac{5}{12}$　　**D.**$\frac{7}{12}$

5. 设二维随机向量**(X,Y)**的分布函数为 **F(x,y)**，其边缘分布函数为 $F_X(x)$,$F_Y(y)$，则 **P{X>1,Y>1}=**（）

A.$1-F(1,1)$　　**B.**$1-F_X(1)-F_Y(1)$

C.$1-F_X(1)-F_Y(1)+F(1,1)$　　**D.**$1+F_X(1)+F_Y(1)+F(1,1)$

二、填空题：（**15** 分，每题 **3** 分）

1. 袋中有 **2** 黑球 **3** 白球，无放回地取出两球，则取出一黑一白的概

率为_____

2. 独立地掷三个骰子，则第一个和第二个的和等于第三个的概率为

_____

3. 设 **X~P(10), Y~B(100,0.5),Z~N(1,4)**且相互独立，则 **D(3X-2Y+5Z-10)**为_____

4. 设随机变量 **X** 和 **Y** 相互独立，且均服从区间**[1,3]**上的均匀分布，令 **U=max{X,Y}, V=min{X,Y},** 则**(U,V)**的概率密度$f_{U,V}(u,v)=$_____

5. 设二维随机变量**(X,Y)**在区域$\mathbf{G}=\{(\mathbf{x},\mathbf{y})|\mathbf{0}\le\mathbf{x}\le\mathbf{1},\mathbf{0}\le\mathbf{y}\le\mathbf{1}\}$上服从均匀分布。$\begin{cases}\boldsymbol{U}=|\boldsymbol{X}+\boldsymbol{Y}|\\\boldsymbol{V}=|\boldsymbol{X}-\boldsymbol{Y}|\end{cases}$，**F(u,v)**是**(U,V)**的联合分布函数，则**F($\frac{1}{2}$,$\frac{1}{2}$)=**_____

三、解答题：（**70** 分）

1. 已知 **P(A)+P(B)=1,** 试证明：$\mathbf{P}(\mathbf{A}\cap\mathbf{B})=\mathbf{P}(\mathbf{A}^{c}\cap\mathbf{B}^{c})$　　（**10** 分）

2. 设随机变量 **X** 和 **Y** 相互独立且服从同一参数为**λ**的泊松分布，求随机变量 **Z=X+Y** 的分布律。　　（**10** 分）

3. 设随机变量 **X** 的密度函数为

$$\begin{cases}Acosx, |x|\le\dfrac{\pi}{2}\\0,\qquad |x|>\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$$

试求：（**1**）系数 **A**;（**2** 分）　（**2**）**X** 落在区间**[**$-\frac{\pi}{4}$**,** $\frac{\pi}{4}$**]**的概率（**3** 分）

4. 若现在有三个炮台，每个炮台命中率分别为 **0.7,0.6,0.5**，现 **3** 门炮台各独立发射一枚炮弹：

（**1**）求命中目标的概率；　（**5** 分）

（2）若恰有两门炮台命中目标，求第一门炮台命中目标的概率。（5 分）

5. 设二维随机变量(X,Y)概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{2}{\pi}e^{-\sqrt{x^2+y^2}}, x>0, y>0\\ \quad 0 \ ,\text{其他}\end{cases}$$

令$\begin{cases}U=\sqrt{X^2+Y^2}\\ V=arctan\frac{Y}{X}\end{cases}$

（1）求$\mathbf{P\{U \le 1, V \le \frac{\pi}{4}\}}$； （5 分）

（2）求(U,V)的密度函数$\boldsymbol{f_{U,V}(u,v)}$； （5 分）

（3）分别求(U,V)的边缘密度函数$\boldsymbol{f_U(u)}$和$\boldsymbol{f_V(v)}$并判断 U 和 V 是否独立，并说明理由。 （5 分）

6. 两个独立随机变量 X,Y 均服从[1,2]区间上的均匀分布

（1）求$\mathbf{U=e^X}$的概率密度函数。 （5 分）

（2）求 V=2X/Y 的概率密度函数。 （10 分）

7. 已知正常男性成人血液中，每一毫升白细胞数平均是 7300，均方差（即标准差）是 700，利用切比雪夫不等式估计每毫升含白细胞数在 5200~9400 之间的概率 p。 （5 分）